

I-238

B.Sc. (Part-III) Examination, 2020

MATHEMATICS

(Optional)

Paper - III

(Discrete Mathematics)

Time Allowed : Three Hours

Maximum Marks : 50

Minimum Pass Marks : 17

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all five questions. Solve any two parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई-I / UNIT-I

Q. 1. (a) माना P तथा Q दो परिमित समुच्चय हैं तब सिद्ध करें : 5

$$|P \cup Q| = |P| + |Q| - |P \cap Q|$$

Let P and Q be two finite sets. Then prove that :

$$|P \cup Q| = |P| + |Q| - |P \cap Q|$$

I-238

P.T.O.

I-238

(2)

(b) भाषा $L = \{aaaa, aabb, bbaa, bbbb\}$ के लिए व्याकरण की संरचना कीजिए। 5

Construct a grammar for the language :

$$L = \{aaaa, aabb, bbaa, bbbb\}$$

(c) एक अष्टभुज के कोणीय बिन्दुओं को जोड़कर बनाये गये विकर्णों की संख्या ज्ञात कीजिए। 5

Find the number of diagonals which can be drawn by joining the angular points of an octagon.

इकाई-II / UNIT-II

Q. 2. (a) यदि I शून्य रहित पूर्णाकों का समुच्चय हो और सम्बन्ध R इस प्रकार परिभाषित है कि xRy यदि $x^y = y^x$, जबकि $x, y \in I$ तब क्या सम्बन्ध R एक तुल्यता सम्बन्ध है ? 5

(3)

If I is the set of non-zero integers and a relation R is defined by xR_y if $x^y = y^x$, where $x, y \in I$. Is the relation R an equivalence relation ?

(b) सिद्ध कीजिये कि 1,00,000 व्यक्तियों में कम-से-कम दो व्यक्ति ऐसे हैं जिन्होंने ठीक एक समय (घंटा, मिनट, सेकेण्ड) में जन्म लिया है। 5

Prove that among 1,00,000 people, there are at least two who were born at exactly the same time (hour, minute and second).

(c) बीजीय व्यंजक 5

$$\left((3(1-x)) \div \left((5 + (7 - (y + 2))) \times (7 + (x \div 11)) \right) \right)$$

के लिए नामांकित वृक्ष बनाइये।

(4)

Construct the labelled tree representing the algebraic expression :

$$\left((3(1-x)) \div \left((5 + (7 - (y + 2))) \times (7 + (x \div 11)) \right) \right)$$

इकाई-III / UNIT-III

Q. 3. (a) "बुदबुद छँटाई कलन विधि" को लिखकर समझाइये। 5

Write and explain "Bubble sort algorithm".

(b) माना a तथा b दो संख्यात्मक फलन $a = r + O\left(\frac{1}{r}\right)$,

$b = \sqrt{r} + O\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)$ से दिये गये हैं। दर्शाइये कि : 5

$$ab = r^{3/2} + O(\sqrt{r})$$

Let a and b be two numeric functions given by

$a = r + O\left(\frac{1}{r}\right)$, $b = \sqrt{r} + O\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)$. Show that :

$$ab = r^{3/2} + O(\sqrt{r})$$

(5)

(c) संख्यात्मक फलन a के जनक फलन का निर्धारण

कीजिये जो इस प्रकार है कि : 5

$$a_r = \begin{cases} 2^r & \text{यदि } r \text{ सम है} \\ -2^r & \text{यदि } r \text{ विषम है} \end{cases}$$

Determine the generating function of the

numeric function a such that :

$$a_r = \begin{cases} 2^r & \text{if } r \text{ is even} \\ -2^r & \text{if } r \text{ is odd} \end{cases}$$

इकाई-IV / UNIT-IV

Q. 4. (a) जनक फलन विधि का प्रयोग कर निम्नलिखित अंतर समीकरण हल कीजिये : 5

$$a_r = 3a_{r-1}, r \geq 1$$

दिया गया परिसीमा प्रतिबन्ध है : $a_0 = 2$

Solve by the method of generating functions

the recurrence relation :

$$a_r = 3a_{r-1}, r \geq 1$$

with the boundary condition $a_0 = 2$.

(6)

(b) अन्तर समीकरण को हल कीजिए : 5

$$a_{r+2} - 5a_{r+1} + 6a_r = 5^r$$

Solve the difference equation :

$$a_{r+2} - 5a_{r+1} + 6a_r = 5^r$$

(c) दर्शाइये कि यदि a, b समूह G के कोई दो अवयव हैं, तब $(ab)^2 = a^2b^2$ यदि और केवल यदि G आबेली है। 5

Show that if a, b are any two element of group G , then $(ab)^2 = a^2b^2$ if and only if G is abelian.

इकाई-V / UNIT-V

Q. 5. (a) यदि a, b, c बूलीय बीजगणित $(B, +, \cdot, ')$ के अवयव हो तब दिखाइये कि यदि $a.b = a.c$ तथा $a + b = a + c$ तब $b = c$ 5

(7)

In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$. Show that

if $a \cdot b = a \cdot c$ and $a + b = a + c$ then $b = c$.

(b) तीन चरों में पूर्ण वियोजनीय प्रसामान्य रूप ज्ञात

कीजिए और दर्शाइये कि इसका मान 1 होता है। **5**

Find complete disjunctive normal form in

three variable and show that its value is 1.

(c) निम्नलिखित व्यंजक का सरलीकृत परिपथ खींचिए : **5**

$$F(x,y,z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$$

Draw a simplified circuit of the following

function :

$$F(x,y,z) = x \cdot y \cdot z + x \cdot y' \cdot z + x' \cdot y' \cdot z$$

—————